

۲. در شکل مقابل مساحت هر مثلث با عدد درون آن مشخص شده است. اگر $AM = 10 \text{ cm}$ طول OM را به دست آورید.

هندسه ۲

۱. در مثلث ABC، می‌دانیم مجموع AB و AC شش واحد بزرگ‌تر از BC است. از نقطه برخورد نیم‌سازهای زاویه‌های B و C عمودی بر AC رسم می‌کنیم. اگر پای این عمود نقطه H باشد، طول AH را به دست آورید.

۲. نسبت مساحت‌های مثلث‌های متساوی‌الاضلاعی را به دست آورید که در دایره‌ای معین محاط شده و بر آن محیط شده‌اند.

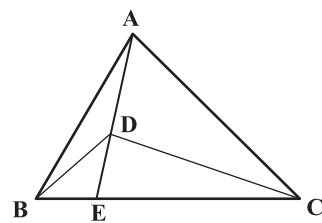
۳. ثابت کنید مربع تنها چهارضلعی است که هم محیطی و هم محاطی است و مرکزهای دایره‌های محاطی و محیطی آن برهم منطبق‌اند.

هندسه ۱

۱. الف) ثابت کنید اگر: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ ، آن‌گاه: $\frac{a-c}{b-d} = \frac{e}{f}$ ($b \neq d$).

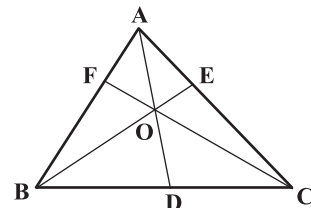
ب) در شکل زیر ثابت کنید:

$$\frac{S_{ADB}}{S_{ADC}} = \frac{BE}{EC}$$



ج) در مثلث ABC خطوط AD، BE و CF در نقطه O هم‌رس‌اند. ثابت کنید:

$$\frac{BD}{DC} \times \frac{CE}{EA} \times \frac{AF}{FB} = 1$$



ریاضی (۳) تجربی

۱. دامنه توابع گویای زیر را به صورت بازه بنویسید.

$$\text{الف) } f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 2x - 3}$$

$$\text{ب) } g(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + x + 1}$$

۲. برد تابع زیر را به دست آورید:

$$f(x) = -2 - \sqrt{x+4}$$

۳. با رسم نمودار تابع‌های با ضابطه‌های داده شده، مشخص کنید کدام یک

از آن‌ها یک‌به‌یک است. $(x \in [-2, 2])$

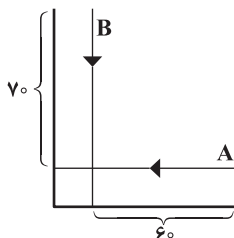
$$\text{الف) } y = x + [x]$$

$$\text{ب) } y = x - [x]$$

۴. اگر داشته باشیم: $f(x) = |x| - 1$ و $g(x) = \sqrt{x}$ ، دامنه تابع $\frac{g}{f}$ را به دست آورید.

۳. دو خودرو A و B به سمت محل تلاقی دو جاده (مطابق شکل) در حرکت‌اند. فاصله خودرو A از محل تقاطع ۶۰ کیلومتر و فاصله خودرو B از محل تلاقی ۷۰ کیلومتر است. هر دو خودرو با سرعت ۶۰ کیلومتر در ساعت در حرکت‌اند.

الف) پس از ۳۰ دقیقه فاصله بین دو خودرو چند کیلومتر است؟



ب) فاصله بین دو خودرو را برحسب کیلومتر به عنوان تابعی از زمان (برحسب دقیقه) به دست آورید.

۴. ویژگی‌های زیر را ثابت کنید.

$$\text{الف) } [x+n] = [x] + n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

$$\text{ب) } [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

آمار و احتمال (پایه یازدهم)

۱. فرض کنید در استان مرکزی ۲۵ درصد جرائم در طول روز و ۸۰ درصد جرائم در شهر صورت می‌گیرند. اگر تنها ۱۰ درصد جرائم خارج از شهر و در طول روز واقع شوند، در این صورت چند درصد جرائم، داخل شهر و در طول شب اتفاق می‌افتند؟ چند درصد آن‌ها خارج از شهر و در طول شب اتفاق می‌افتند؟

۲. عددی به تصادف از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه این عدد بر ۴ بخش‌پذیر باشد، ولی بر ۶ بخش‌پذیر نباشد، چقدر است؟

۳. اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، ثابت کنید:

$$P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$$

۴. تاسی به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد اول سه برابر احتمال وقوع هر عدد غیر اول در هر بار پرتاب است. اگر در یک پرتاب این تاس، A پیشامد وقوع عددی کوچک‌تر از ۴ باشد، $P(A)$ را محاسبه کنید.

۵. اگر $S = \{a, b, c\}$ فضای نمونه‌ای و $P(\{a, b, c\}) = \frac{3}{4}$ و $P(\{a, c, d\}) = \frac{4}{5}$ باشد، $P(\{a, c\})$ را محاسبه کنید.

۶. اگر در فضای نمونه‌ای $S = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ داشته باشیم: $P(\{x_i, x_j\}) = \frac{1}{i} P(x_i + 1)$ ، حاصل $P(\{x_2, x_4\})$ را به دست آورید.

ریاضی

(پایه دهم)

۱. اگر $0 < a < 1$ ، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$|a - \sqrt{a}| - |\sqrt{a} - a| - |a^2 - \sqrt{a}|$$

۲. اگر $a < 0$ ، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{-4a^3} - \sqrt[3]{a^2} - \sqrt[4]{a^4}$$

۳. اگر $3x + \frac{1}{x} = 5$ ، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$x^3 + \frac{1}{27x^3}$$

۴. هر یک از عبارت‌های زیر را تجزیه کنید:

$$\text{الف) } x^9 - y^9 \quad \text{ب) } 2a^2 - a^2 - 2a + 1$$

۵. مخرج هر یک از کسرهای زیر را گویا کنید:

$$\text{الف) } \frac{1}{2 - \sqrt[3]{4}} \quad \text{ب) } \frac{1}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

حسابان (۳)

۱. اگر $f(x) = \frac{1}{2}(x - \frac{1}{x})$ با دامنه $D_f = (0, +\infty)$ داده شده باشد، ضابطه تابع معکوس آن را مشخص کنید و $f^{-1}(\sqrt{3})$ را به دست آورید.

۲. اگر $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ ، دامنه تابع $f \circ f$ را به دست آورید و نشان دهید:

$$(f \circ f)(x) = x$$